

| Sylabus przedmiotu / modułu kształcenia                          |                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                |
|------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nazwa przedmiotu/modułu kształcenia:                             |                                                                                                                                                                                                                                                                           | Analiza matematyczna                                                                                                                                                           |
| Nazwa w języku angielskim:                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                           | Mathematical Analysis                                                                                                                                                          |
| Język wykładowy:                                                 | polski                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                |
| Kierunek studiów, dla którego przedmiot jest oferowany:          |                                                                                                                                                                                                                                                                           | matematyka                                                                                                                                                                     |
| Jednostka realizująca:                                           | Instytut Matematyki                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                |
| Rodzaj przedmiotu/modułu kształcenia (obowiązkowy/fakultatywny): |                                                                                                                                                                                                                                                                           | obowiązkowy                                                                                                                                                                    |
| Poziom modułu kształcenia (np. pierwszego lub drugiego stopnia): |                                                                                                                                                                                                                                                                           | drugiego stopnia                                                                                                                                                               |
| Rok studiów:                                                     | pierwszy                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                |
| Semestr:                                                         | pierwszy                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                |
| Liczba punktów ECTS:                                             | 9                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                |
| Imię i nazwisko koordynatora przedmiotu:                         |                                                                                                                                                                                                                                                                           | dr Beata Medak                                                                                                                                                                 |
| Imię i nazwisko prowadzących zajęcia:                            |                                                                                                                                                                                                                                                                           | dr Beata Medak                                                                                                                                                                 |
| Założenia i cele przedmiotu:                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                           | Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z teorią miary oraz całką Lebesgue'a, teorią różniczkowalności funkcji wielu zmiennych, całkami krzywoliniowymi i powierzchniowymi. |
| Symbol efektu                                                    | Efekt uczenia się                                                                                                                                                                                                                                                         | Symbol efektu kierunkowego                                                                                                                                                     |
|                                                                  | WIEDZA<br>Student zna i rozumie:                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                |
| W_01                                                             | większość klasycznych definicji i twierdzeń z teorii miary i całki Lebesgue'a. Zna powiązania zagadnień teorii miary i całki Lebesgue'a z teorią miary Jordana i całki Riemanna                                                                                           | K_W01, K_W04                                                                                                                                                                   |
| W_02                                                             | większość klasycznych definicji i twierdzeń z ogólnej teorii różniczkowania i potrafi przeprowadzać dowody podstawowych twierdzeń z tej teorii. Zna powiązania zagadnień ogólnej teorii różniczkowania z klasycznym rachunkiem różniczkowym, algebrą liniową i topologią. | K_W01, K_W04                                                                                                                                                                   |
| W_03                                                             | własności całki krzywoliniowej i powierzchniowej i ich zastosowania.                                                                                                                                                                                                      | K_W01, K_W04                                                                                                                                                                   |
| Symbol efektu                                                    | UMIEJĘTNOŚCI<br>Student potrafi:                                                                                                                                                                                                                                          | Symbol efektu kierunkowego                                                                                                                                                     |
| U_01                                                             | konstruować rozumowań matematyczne: dowodzenie twierdzeń, jak i obalanie hipotez poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów.                                                                                                                                             | K_U01                                                                                                                                                                          |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                              |                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| U_02                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | stosować pojęcia teorii miary i całki Lebesgue'a; w typowych zagadnieniach teoretycznych i praktycznych.                                                     | K_U07                                  |
| U_03                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | badać różniczkowalność i rozpoznawać dyfeomorfizmy                                                                                                           | K_U05                                  |
| U_04                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | swobodnie posługiwać się całkami krzywoliniowymi i powierzchniowymi nieorientowanymi i zorientowanymi i powiązać je z całką funkcji jednej i wielu zmiennych | K_U05                                  |
| Symbol efektu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>KOMPETENCJE SPOŁECZNE</b><br>Student jest gotów do:                                                                                                       | Symbol efektu kierunkowego             |
| K_01                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | krytycznej oceny własnej wiedzy i odbieranych treści                                                                                                         | K_K01                                  |
| K_02                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | precyzyjnego formułowania pytań, służących pogłębianiu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania                 | K_K02                                  |
| <b>Forma i typy zajęć:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                              | wykład (30gdz.), ćwiczenia (60 godzin) |
| <b>Wymagania wstępne i dodatkowe:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                              |                                        |
| 1. Umiejętność posługiwania się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów oraz językiem teorii mnogości;<br>2. Znajomość rachunku całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                              |                                        |
| <b>Treści modułu kształcenia:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                              |                                        |
| 1. Teoria miary. Ciąła przeliczanie addytywne ( $\sigma$ -ciąła). Miara określona na $\sigma$ -ciele. Miara zewnętrzna. Twierdzenie Caratheodory'ego.<br>2. Miara zewnętrzna Lebesgue'a. Miara Lebesgue'a i jej własności. Zbiory mierzalne. Przykład zbioru niemierzalnego w sensie Lebesgue'a.<br>3. Funkcje mierzalne.<br>4. Całka względem miary. Całka funkcji prostej. Twierdzenie o aproksymacji funkcji mierzalnych. Całka funkcji mierzalnej.<br>5. Całka Lebesgue'a. Twierdzenia o przechodzeniu do granicy pod znakiem całki.<br>6. Twierdzenie Fubini'ego.<br>7. Odwzorowania różniczkowalne. Macierz Jacobi'ego.<br>8. Odwzorowanie regularne. Dyfeomorfizmy. Własności.<br>9. Odwzorowania uwikłane. Własności, ekstrema.<br>10. Całka krzywoliniowa nieskierowana i skierowana. Twierdzenie Greena. Przykłady zastosowań.<br>11. Całki powierzchniowe. Twierdzenie Gaussa - Ostrogradskiego. Twierdzenie Stoksa |                                                                                                                                                              |                                        |
| <b>Literatura podstawowa:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                              |                                        |
| 1 R. Sikorski, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa, 1977<br>3 W. Kołodziej, Analiza matematyczna, PWN, Warszawa, 2009                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                              |                                        |
| <b>Literatura dodatkowa:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                              |                                        |
| 1 W. Rudin, Postawy analizy matematycznej, PWN, Warszawa, 2011<br>2 L. Górniewicz, R. Ingarden: Analiza matematyczna dla fizyków, t.2, Wyd. UMK, Toruń, 1995                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                              |                                        |
| <b>Planowane formy/działania/metody dydaktyczne:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                              |                                        |

Wykład tradycyjny wspomagany technikami multimedialnymi, ćwiczenia rachunkowe wspomagane technikami multimedialnymi. Przekazywanie studentom problemów i zadań ćwiczeniowych do samodzielnego rozwiązywania.

#### Sposoby weryfikacji efektów uczenia się osiągniętych przez studenta:

| Symbol efektu              | Metody weryfikacji efektów uczenia się   |
|----------------------------|------------------------------------------|
| U_01, U_02                 | Weryfikowane będą na pierwszym kolokwium |
| U_03, U_04                 | Weryfikowane będą na drugim kolokwium    |
| W_01 – W_03,<br>K_01, K_02 | Weryfikowane będą na egzaminie           |

#### Forma i warunki zaliczenia

Warunek uzyskania zaliczenia przedmiotu: co najwyżej dwie nieusprawiedliwione nieobecności na ćwiczeniach i spełnienie każdego z trzech niżej opisanych warunków:

1. uzyskanie co najmniej 20 punktów z kolokwiów
2. uzyskanie łącznie co najmniej 40 punktów z kolokwiów i egzaminu pisemnego z zagadnień praktycznych
3. uzyskanie łącznie co najmniej 51 punktów ze wszystkich form zaliczenia

przedział punktacji – ocena:

0-50 – ndst

51-60 – dst

61-70 – dst+

71-80 – db

81-90 – db+

91-100 – bdb

Sposób uzyskania punktów:

Pierwsze kolokwium: 25 pkt

Drugie kolokwium: 25 pkt

Egzamin pisemny z zagadnień praktycznych: 35 pkt

Egzamin pisemny z teorii: 15 pkt

Poprawy:

Jednorazowa poprawa obu kolokwiów łącznie w trakcie zajęć w semestrze. Dodatkowa poprawa obu kolokwiów łącznie w sesji egzaminacyjnej przed drugim terminem egzaminu.

#### Bilans punktów ECTS:

Studia stacjonarne

| Aktywność            | Obciążenie studenta |
|----------------------|---------------------|
| Udział w wykładach   | 30 godz.            |
| Udział w ćwiczeniach | 60 godz.            |

|                                        |           |
|----------------------------------------|-----------|
| Udział w konsultacjach z przedmiotu    | 10 godz.  |
| Samodzielne przygotowanie do ćwiczeń   | 35 godz.  |
| Samodzielne przygotowanie do kolokwίων | 40 godz.  |
| Przygotowanie się do egzaminu          | 46 godz.  |
| Obecność na egzaminie                  | 4 godz.   |
| Sumaryczne obciążenie pracą studenta   | 225 godz. |
| Punkty ECTS za przedmiot               | 9 ECTS    |

|                                                                         |                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Sylabus przedmiotu / modułu kształcenia</b>                          |                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Nazwa przedmiotu/modułu kształcenia:</b>                             |                                                                                               | <b>Teoria liczb z kryptografią</b>                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Nazwa w języku angielskim:</b>                                       | Number Theory with Cryptography                                                               |                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Język wykładowy:</b>                                                 | polski                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Kierunek studiów, dla którego przedmiot jest oferowany:</b>          |                                                                                               | matematyka                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Jednostka realizująca:</b>                                           | Instytut Matematyki                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Rodzaj przedmiotu/modułu kształcenia (obowiązkowy/fakultatywny):</b> |                                                                                               | obowiązkowy                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Poziom modułu kształcenia (np. pierwszego lub drugiego stopnia):</b> |                                                                                               | drugiego stopnia                                                                                                                                                                                                                         |
| <b>Rok studiów:</b>                                                     | pierwszy                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Semestr:</b>                                                         | pierwszy                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Liczba punktów ECTS:</b>                                             | 6                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Imię i nazwisko koordynatora przedmiotu:</b>                         |                                                                                               | dr Małgorzata Jastrzębska                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Imię i nazwisko prowadzących zajęcia:</b>                            |                                                                                               | dr Małgorzata Jastrzębska                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Założenia i cele przedmiotu:</b>                                     |                                                                                               | Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami teorii liczb oraz z najważniejszymi pojęciami i metodami kryptograficznymi, a także przedstawienie zastosowań algebry i teorii liczb w kryptografii. |
| <b>Symbol efektu</b>                                                    | <b>Efekt uczenia się</b>                                                                      | <b>Symbol efektu kierunkowego</b>                                                                                                                                                                                                        |
|                                                                         | <b>WIEDZA</b><br>Student zna i rozumie:                                                       |                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>W_01</b>                                                             | podstawowe definicje i twierdzenia z zakresu teorii liczb oraz kryptografii                   | <b>K_W03, K_W10</b>                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>W_02</b>                                                             | przykłady zastosowań algebry i teorii liczb w kryptografii                                    | <b>K_W06, K_W10</b>                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>W_03</b>                                                             | wymienia najważniejsze metody i algorytmy w kryptografii                                      | <b>K_W04, K_W10</b>                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Symbol efektu</b>                                                    | <b>UMIEJĘTNOŚCI</b><br>Student potrafi:                                                       | <b>Symbol efektu kierunkowego</b>                                                                                                                                                                                                        |
| <b>U_01</b>                                                             | rozwiązać równania diofantyczne liniowe, układy kongruencji liniowych, kongruencje kwadratowe | <b>K_U13</b>                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>U_02</b>                                                             | stosować metody algebraiczne w kryptografii z kluczem publicznym                              | <b>K_U10</b>                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Symbol efektu</b>                                                    | <b>KOMPETENCJE SPOŁECZNE</b><br>Student jest gotów do:                                        | <b>Symbol efektu kierunkowego</b>                                                                                                                                                                                                        |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                         |                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| K_01                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | krytycznej oceny posiadanej wiedzy i odbieranych treści | K_K01                                   |
| K_02                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | przestrzegania i rozwijania zasad etyki zawodowej       | K_K04                                   |
| <b>Forma i typy zajęć:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                         | wykład (30 godz.), ćwiczenia (30 godz.) |
| <b>Wymagania wstępne i dodatkowe:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                         |                                         |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Student zna podstawowe definicje i twierdzenia z zakresu algebry liniowej, geometrii oraz algebry abstrakcyjnej.</li> <li>2. Student zna podstawowe definicje i twierdzenia z zakresu analizy matematycznej.</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                         |                                         |
| <b>Treści modułu kształcenia:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                         |                                         |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Liczby pierwsze i algorytm Euklidesa. Własności liczb pierwszych. Liczby pierwsze Mercenna'a i liczby Fermata.</li> <li>2. Funkcja Eulera. Twierdzenie Eulera. Małe twierdzenie Fermata i twierdzenie Wilsona.</li> <li>3. Równania diofantyczne. Chińskie twierdzenie o resztach i jego zastosowanie do rozwiązywania układu kongruencji liniowych.</li> <li>4. Równanie Pella i ułamki łańcuchowe.</li> <li>5. Szyfry macierzowe, afiniczne. Symetryczne i asymetryczne systemy kryptograficzne. Algorytm RSA. Podpisy cyfrowe. Szyfr plecakowy.</li> <li>6. Problem rozmieszczenia liczb pierwszych. Hipoteza Riemanna</li> <li>7. Ciała skończone. Pierwiastki pierwotne. Kongruencje kwadratowe . Symbol Legendre'a i prawo wzajemności reszt kwadratowych.</li> <li>8. Problem logarytmu dyskretnego. Algorytm Diffiego-Hellmanna. System Massey-Omura. Szyfr ElGamala.</li> <li>9. Liczby pseudopierwsze. Testy pierwszości. Algorytmy faktoryzacji liczb całkowitych. Metoda faktoryzacji Fermata.</li> <li>10. Krzywe eliptyczne. Kryptosystemy używające krzywych eliptycznych.</li> </ol> |                                                         |                                         |
| <b>Literatura podstawowa:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                         |                                         |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. W. Narkiewicz, Teoria liczb, WN PWN, Warszawa, 2003</li> <li>2. N. Koblitz, Wykłady z teorii liczb i kryptografii, WNT, Warszawa, 2006</li> <li>3. S. Y. Yan, Teoria liczb w informatyce, WN PWN, Warszawa, 2006</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                         |                                         |
| <b>Literatura dodatkowa:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                         |                                         |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. I.Blake, G. Seroussi, N. Smart, Krzywe eliptyczne w kryptografii, WNT, Warszawa, 2004</li> <li>2. N. Koblitz, Algebraiczne aspekty kryptografii, WNT, Warszawa, 2002</li> <li>3. W. Marzantowicz, P. Zarzycki, Elementarna teoria liczb, WN PWN, Warszawa, 2006</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                         |                                         |
| <b>Planowane formy/działania/metody dydaktyczne:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                         |                                         |
| Wykład i ćwiczenia rachunkowe, tradycyjne.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                         |                                         |
| <b>Sposoby weryfikacji efektów uczenia się osiągniętych przez studenta:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                         |                                         |
| <b>Symbol efektu</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Metody weryfikacji efektów uczenia się</b>           |                                         |
| W_01 – W_03                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | sprawdzane będą na egzaminie pisemnym                   |                                         |
| U_01, U_02                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | sprawdzane będą na kolokwium                            |                                         |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| K_01, K_02                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | sprawdzane będą na egzaminie pisemnym |
| <b>Forma i warunki zaliczenia:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                       |
| <p>Warunek uzyskania zaliczenia przedmiotu: co najwyżej dwie nieusprawiedliwione nieobecności na ćwiczeniach i spełnienie każdego z dwóch niżej opisanych warunków:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. uzyskanie łącznie co najmniej 25 punktów z obu kolokwii</li> <li>2. uzyskanie łącznie co najmniej 51 punktów z kolokwii i egzaminu pisemnego.</li> </ol> <p>Przedział punktacji – ocena:</p> <p>0-50 – ndst</p> <p>51-60 – dst</p> <p>61-70 – dst+</p> <p>71-80 – db</p> <p>81-90 – db+</p> <p>91-100 – bdb</p> <p>Sposoby uzyskania punktów:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Kolokwium pierwsze : 25 pkt</li> <li>2. Kolokwium drugie: 25 pkt</li> <li>3. Egzamin pisemny: 50 pkt</li> </ol> <p>Poprawy:</p> <p>Kolokwium poprawkowe w trakcie trwania zajęć w semestrze.</p> |                                       |
| <b>Bilans punktów ECTS:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                       |
| Studia stacjonarne                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                       |
| Aktywność                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Obciążenie studenta                   |
| Udział w wykładach                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 30 godz.                              |
| Udział w ćwiczeniach                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 30 godz.                              |
| Udział w konsultacjach z przedmiotu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 8 godz.                               |
| Samodzielne przygotowanie się do zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 25 godz.                              |
| Samodzielne przygotowanie się do kolokwium                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 24 godz.                              |
| Przygotowanie się do egzaminu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 30 godz.                              |
| Obecność na egzaminie                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 3 godz.                               |
| Sumaryczne obciążenie pracą studenta                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 150 godz.                             |
| Punkty ECTS za przedmiot                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 6 ECTS                                |

|                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                       |
|------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Sylabus przedmiotu / modułu kształcenia                          |                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                       |
| Nazwa przedmiotu/modułu kształcenia:                             |                                                                                                                                                                                                                                                  | Analiza zespolona                                     |
| Nazwa w języku angielskim:                                       | Complex Analysis                                                                                                                                                                                                                                 |                                                       |
| Język wykładowy:                                                 | polski                                                                                                                                                                                                                                           |                                                       |
| Kierunek studiów, dla którego przedmiot jest oferowany:          |                                                                                                                                                                                                                                                  | matematyka                                            |
| Jednostka realizująca:                                           | Instytut Matematyki                                                                                                                                                                                                                              |                                                       |
| Rodzaj przedmiotu/modułu kształcenia (obowiązkowy/fakultatywny): |                                                                                                                                                                                                                                                  | obowiązkowy                                           |
| Poziom modułu kształcenia (np. pierwszego lub drugiego stopnia): |                                                                                                                                                                                                                                                  | drugiego stopnia                                      |
| Rok studiów:                                                     | pierwszy                                                                                                                                                                                                                                         |                                                       |
| Semestr:                                                         | pierwszy                                                                                                                                                                                                                                         |                                                       |
| Liczba punktów ECTS:                                             | 6                                                                                                                                                                                                                                                |                                                       |
| Imię i nazwisko koordynatora przedmiotu:                         |                                                                                                                                                                                                                                                  | dr Sergiusz Kęska                                     |
| Imię i nazwisko prowadzących zajęcia:                            |                                                                                                                                                                                                                                                  | dr Sergiusz Kęska                                     |
| Założenia i cele przedmiotu:                                     |                                                                                                                                                                                                                                                  | Zapoznanie studentów z elementami analizy zespolonej. |
| Symbol efektu                                                    | Efekt uczenia się                                                                                                                                                                                                                                | Symbol efektu kierunkowego                            |
|                                                                  | <b>WIEDZA</b><br>Student zna i rozumie:                                                                                                                                                                                                          |                                                       |
| W_01                                                             | wzór Eulera i postać wykładniczą liczby zespolonej, pojęcie sfery Riemanna.                                                                                                                                                                      | K_W02                                                 |
| W_02                                                             | wefinicję funkcji regularnej (holomorficznej) oraz związku Cauchy-Riemanna, pojęcie i przykłady odwzorowań konforemnych, definicję punktów symetrycznych względem okręgu, własności homografii.                                                  | K_W04                                                 |
| W_03                                                             | wonstrukcję powierzchni Riemanna dla funkcji $\sqrt[n]{z}$ , definicje funkcji: $e^z$ , $\ln z$ oraz trygonometrycznych.                                                                                                                         | K_W02                                                 |
| W_04                                                             | wefinicję całki krzywoliniowej funkcji zmiennej zespolonej, wzór całkowy Cauchy'ego, pojęcie funkcji harmonicznej, pojęcie szeregu Laurenta oraz przykłady rozwinięć funkcji w szereg Laurenta, definicje punktów osobliwych i residuum funkcji. | K_W04                                                 |
| Symbol efektu                                                    | <b>UMIEJĘTNOŚCI</b><br>Student potrafi:                                                                                                                                                                                                          | Symbol efektu kierunkowego                            |
| U_01                                                             | przedstawić w sposób zrozumiały poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje.                                                                                                                                           | K_U01                                                 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                 |                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| U_02                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | posługiwać się pojęciem punktów symetrycznych względem okręgu oraz wyznaczać wzajemnie jednoznaczne odwzorowania konforemne wybranych obszarów. | K_U08                                    |
| U_03                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | posługiwać się własnościami funkcji regularnej (holomorficznej) oraz obliczać całki krzywoliniowe funkcji zespolonych metodą residuów.          | K_U05                                    |
| Symbol efektu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | <b>KOMPETENCJE SPOŁECZNE</b><br><b>Student jest gotów do:</b>                                                                                   | Symbol efektu kierunkowego               |
| K_01                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | krytycznej oceny posiadanej wiedzy i odbieranych treści.                                                                                        | K_K01                                    |
| K_02                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | precyzyjnego formułowania pytań służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania.    | K_K02                                    |
| <b>Forma i typy zajęć:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                 | wykłady (30 godz.), ćwiczenia (30 godz.) |
| <b>Wymagania wstępne i dodatkowe:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                 |                                          |
| Znajomość rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                 |                                          |
| <b>Treści modułu kształcenia:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                 |                                          |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>Liczby zespolone. Płaszczyzna zespolona, interpretacja wektorowa liczb zespolonych oraz działań na liczbach zespolonych. Wzór Eulera i postać wykładnicza liczb zespolonych.</li> <li>Funkcje zespolone. Sfera Riemanna, obszary i ich spójność. Funkcja <math>Arg z</math>, funkcje zespolone zmiennej rzeczywistej, krzywe. Funkcje zespolone zmiennej zespolonej. Definicja funkcji regularnej (holomorficznej), związki Cauchy-Riemanna.</li> <li>Odwzorowania konforemne. Definicja odwzorowania konforemnego, warunki dostateczne na konforemność odwzorowania. Homotetia. Punkty symetryczne względem okręgu. Homografia.</li> <li>Funkcje elementarne. Funkcje <math>z^n</math> i <math>\sqrt[n]{z}</math> oraz pojęcie powierzchni Riemanna i gałęzi regularnych. Definicja funkcji <math>e^z</math>, <math>\ln z</math> oraz trygonometrycznych.</li> <li>Całki zespolone. Definicja całki krzywoliniowej funkcji zmiennej zespolonej. Twierdzenie całkowite Cauchy'ego oraz pojęcie funkcji pierwotnej. Definicja punktu osobliwego oraz residuum funkcji. Wzór całkowy Cauchy'ego. Twierdzenie o wartości średniej i zasada maksimum. Twierdzenie Liouville'a. Definicja funkcji harmonicznej.</li> <li>Szeregi zespolone. Szeregi liczbowe i funkcyjne. Pojęcie zbieżności jednostajnej. Pojęcie szeregu potęgowego. Twierdzenia Weierstrassa, Abela oraz Cauchy-Hadamarda. Pojęcie zera funkcji regularnej. Definicja szeregu Laurenta. Klasyfikacja punktów osobliwych. Obliczanie całek metodą residuów.</li> </ol> |                                                                                                                                                 |                                          |
| <b>Literatura podstawowa:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                 |                                          |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>B. Fuks, B. Szabat, Funkcje zmiennej zespolonej i niektóre ich zastosowania, PWN, Warszawa</li> <li>F. Leja, Funkcje zespolone, PWN Warszawa</li> <li>J. Krzyż, Zbiór zadań z funkcji analitycznych, PWN, Warszawa</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                 |                                          |
| <b>Literatura dodatkowa:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                 |                                          |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowity, PWN, Warszawa 2008</li> <li>S. Saks, A. Zygmund, Funkcje analityczne, PWN, Warszawa</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                 |                                          |
| <b>Planowane formy/działania/metody dydaktyczne:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                 |                                          |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| Wykład tradycyjny, ćwiczenia rachunkowe                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                     |
| <b>Sposoby weryfikacji efektów uczenia się osiągniętych przez studenta:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                     |
| <b>Symbol efektu</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>Metody weryfikacji efektów uczenia się</b>       |
| K_01, K_02                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Efekty będą sprawdzane podczas ćwiczeń rachunkowych |
| U_02, U_03                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Efekty będą sprawdzone na kolokwiach                |
| U_01, W_01 - W_04                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Efekty będą sprawdzane na egzaminie pisemnym        |
| <b>Forma i warunki zaliczenia:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                     |
| <p>Warunek uzyskania zaliczenia przedmiotu: co najwyżej dwie nieusprawiedliwione nieobecności na ćwiczeniach i spełnienie każdego z dwóch niżej opisanych warunków:</p> <p>uzyskanie łącznie co najmniej 50% maksymalnej liczby punktów z obu kolokwiów.</p> <p>uzyskanie co najmniej 50% maksymalnej liczby punktów z egzaminu pisemnego.</p> <p>Przedział punktacji – ocena</p> <p>90 – 100% – bdb</p> <p>80 – 89% – db+</p> <p>70 – 79% – db</p> <p>60 – 69% – dst+</p> <p>50 – 59% – dst</p> <p>0 - 49 % – ndst</p> <p>Poprawy:</p> <p>Pierwsza poprawa obu kolokwiów odbędzie się w trakcie zajęć, druga poprawa podczas pierwszego terminu egzaminu pisemnego.</p> |                                                     |
| <b>Bilans punktów ECTS:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                     |
| Studia stacjonarne                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                     |
| <b>Aktywność</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>Obciążenie studenta</b>                          |
| Udział w wykładach                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 30 godz.                                            |
| Udział w ćwiczeniach                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 30 godz.                                            |
| Udział w konsultacjach z przedmiotu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 9 godz.                                             |
| Samodzielne przygotowanie się do ćwiczeń                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 21 godz.                                            |
| Samodzielne przygotowanie się do kolokwiów                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 25 godz.                                            |
| Przygotowanie się do egzaminu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 32 godz.                                            |
| Obecność na egzaminie                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 3 godz.                                             |
| Sumaryczne obciążenie pracą studenta                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 150 godz.                                           |

|                          |        |
|--------------------------|--------|
| Punkty ECTS za przedmiot | 6 ECTS |
|--------------------------|--------|

|                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Sylabus przedmiotu / modułu kształcenia</b>                          |                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Nazwa przedmiotu/modułu kształcenia:</b>                             |                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>Logika matematyczna</b>                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Nazwa w języku angielskim:</b>                                       | Mathematical Logic                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Język wykładowy:</b>                                                 | polski                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Kierunek studiów, dla którego przedmiot jest oferowany:</b>          |                                                                                                                                                                                                                                                        | matematyka                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Jednostka realizująca:</b>                                           | Instytut Matematyki                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Rodzaj przedmiotu/modułu kształcenia (obowiązkowy/fakultatywny):</b> |                                                                                                                                                                                                                                                        | obowiązkowy                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Poziom modułu kształcenia (np. pierwszego lub drugiego stopnia):</b> |                                                                                                                                                                                                                                                        | drugiego stopnia                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Rok studiów:</b>                                                     | pierwszy                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Semestr:</b>                                                         | pierwszy                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Liczba punktów ECTS:</b>                                             | 6                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Imię i nazwisko koordynatora przedmiotu:</b>                         |                                                                                                                                                                                                                                                        | dr hab. Eliza Wajch prof. uczelni                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Imię i nazwisko prowadzących zajęcia:</b>                            |                                                                                                                                                                                                                                                        | dr hab. Eliza Wajch prof. uczelni                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Założenia i cele przedmiotu:</b>                                     |                                                                                                                                                                                                                                                        | Celem przedmiotu jest zapoznanie słuchaczy z takimi pojęciami jak język formalny, formuła, struktura, teoria, dowód czy model oraz z fundamentalnymi twierdzeniami jak twierdzenie o dowodach nie wprost, o dedukcji, zwartości, czy twierdzenie o pełności. |
| <b>Symbol efektu</b>                                                    | <b>Efekt uczenia się</b>                                                                                                                                                                                                                               | <b>Symbol efektu kierunkowego</b>                                                                                                                                                                                                                            |
|                                                                         | <b>WIEDZA</b><br><b>Student zna i rozumie:</b>                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>W_01</b>                                                             | pojęcie relacji, jej podstawowe własności (zwrotność, symetria, przeciwzwrotność, antysymetria, przeciwsymetria, spójność, przechodniość) oraz typy (relacje równoważności, kongruencji i porządku, funkcje) i elementarne twierdzenia z nimi związane | <b>K_W01, K_W03</b>                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>W_02</b>                                                             | podstawowe pojęcia i twierdzenia z zakresu logiki omawiane na wykładzie                                                                                                                                                                                | <b>K_W01, K_W03</b>                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>W_03</b>                                                             | rolę i znaczenie konstrukcji rozumowań matematycznych                                                                                                                                                                                                  | <b>K_W02</b>                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>W_04</b>                                                             | przykłady ilustrujące omawiane na wykładzie pojęcia                                                                                                                                                                                                    | <b>K_W01</b>                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Symbol efektu</b>                                                    | <b>UMIEJĘTNOŚCI</b><br><b>Student potrafi:</b>                                                                                                                                                                                                         | <b>Symbol efektu kierunkowego</b>                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>U_01</b>                                                             | sprawdzić czy zdanie jest tautologią – metodą wprost i nie wprost                                                                                                                                                                                      | <b>K_U01</b>                                                                                                                                                                                                                                                 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                        |                                          |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| U_02                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | sprawdzić poprawność reguły wnioskowania                                                                                                               | K_U03                                    |
| U_03                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | w sposób zrozumiały przedstawić poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje                                                  | K_U01                                    |
| U_04                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | zapisywać zdania języka potocznego i matematycznego w języku rachunku zdań i języku rachunku predykatów                                                | K_U02                                    |
| U_05                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | obliczać wartości termów, badać prawdziwość formuł w strukturach, przeprowadzać analizę składniową termów i formuł a także badać poprawność wnioskowań | K_U02                                    |
| U_06                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | konstruować modele prostych teorii matematycznych                                                                                                      | K_U15                                    |
| U_07                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | w zagadnieniach matematycznych dostrzec struktury formalne związane z podstawowymi działami matematyki                                                 | K_U04                                    |
| Symbol efektu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>KOMPETENCJE SPOŁECZNE</b><br><b>Student jest gotów do:</b>                                                                                          | Symbol efektu kierunkowego               |
| K_01                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | do krytycznej oceny ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia                                                                | K_K01                                    |
| K_02                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu                                                                             | K_K02                                    |
| K_03                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | do myślenia i działania w sposób samodzielny                                                                                                           | K_K03                                    |
| <b>Forma i typy zajęć:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                        | wykłady (30 godz.), ćwiczenia (30 godz.) |
| <b>Wymagania wstępne i dodatkowe:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                        |                                          |
| 1. Znajomość podstawowych pojęć i twierdzeń teorii mnogości oraz rachunku zdań i rachunku predykatów i umiejętność posługiwania się związanymi z nimi narzędziami.<br>2. Znajomość struktur występujących w innych działach matematyki w szczególności w algebrze.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                        |                                          |
| <b>Treści modułu kształcenia:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                        |                                          |
| 1. Relacje, relacje równoważności i podziały zbioru. Zbiory uporządkowane, zbiory skierowane.<br>2. Systemy relacyjne. Typ systemu, podsystem, homomorfizm, izomorfizm systemów. Operacje na systemach: produkt, suma, system ilorazowy.<br>3. Język, termy, formuły, wartość termu w strukturze i prawdziwość formuł w systemach relacyjnych.<br>4. Teorie i modele.<br>5. Aksjomaty logiki, reguły wnioskowania. Pojęcie twierdzenia i dowodu, przykłady dowodów formalnych twierdzeń.<br>6. Pojęcia teorii niesprzecznej i zupełnej. Rozstrzygalność formuły w teorii i niezależność od teorii.<br>7. Twierdzenie o skończoności dowodu. Twierdzenie o zwartości. Twierdzenie o dedukcji.<br>8. Twierdzenia o dowodach nie wprost i dowodach przez sprowadzanie do niedorzeczności.<br>9. Twierdzenie Lindenbauma.<br>10. Twierdzenie Gödla o pełności.<br>11. Twierdzenie Skolema – Löwenheima. |                                                                                                                                                        |                                          |
| <b>Literatura podstawowa:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                        |                                          |

1. W. Guzicki, P. Zakrzewski, Elementy ze wstępu do matematyki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005
2. Z. Adamowicz, P. Zbierski, Logika matematyczna, PWN, Warszawa 1991
3. A. Grzegorzczak, Zarys logiki matematycznej, PWN, Warszawa 1969
4. W. Marek, J. Onyszkiewicz, Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach, PWN, 2003

#### Literatura dodatkowa:

1. R. Murawski, K. Świrydowicz, Wstęp do teorii mnogości, Wydawnictwo Naukowe UMA, Poznań 2005
2. A. Błaszczyk, S. Turek, Teoria mnogości, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007
3. G. Hunter, Metalogika: wstęp do metateorii standardowej logiki, PWN, Warszawa 1982
4. C. C. Chang, H. J. Keisler, Model theory, North – Holland Publishing Company; 1973
5. K. Trzęsicki, Logika i teoria mnogości: ujęcie systematyczno-historyczne, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2003.
6. Igor A. Ławrow, Łarisa L. Maksimowa, Zadania z teorii mnogości, logiki matematycznej i teorii algorytmów, Wydawnictwo Naukowe PWN 2004

#### Planowane formy/działania/metody dydaktyczne:

Wykład tradycyjny wspomagany technikami multimedialnymi, ćwiczenia rachunkowe.

#### Sposoby weryfikacji efektów uczenia się osiągniętych przez studenta:

| Symbol efektu                      | Metody weryfikacji efektów uczenia się           |
|------------------------------------|--------------------------------------------------|
| W_01, U_05,<br>K_01, K_02,<br>K_03 | sprawdzone na ćwiczeniach, kolokwium i egzaminie |
| W_02, W_03,<br>U_07                | sprawdzone na ćwiczeniach i egzaminie            |
| U_01, U_02,<br>U_03, U_04,<br>U_06 | sprawdzone na ćwiczeniach i kolokwium            |
| W_04                               | sprawdzone na egzaminie                          |

#### Forma i warunki zaliczenia:

Maksymalna liczba punktów możliwa do uzyskania w ramach całego kursu z przedmiotu wynosi 50 na co składają się kolokwium na 25 punktów i egzamin pisemny 25 punktów.

Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest spełnienie łącznie dwóch warunków:

uzyskanie z kolokwium co najmniej 13 pt.

Co najmniej 80% obecność na zajęciach .

W przypadku nieuzyskania potrzebnej do przystąpienia do egzaminu liczby punktów studentom spełniającym warunek 2 b) przysługuje prawo do kolokwium poprawkowego. W przypadku zaliczenia kolokwium studentowi przysługuje 13pt z ćwiczeń.

Ocena z przedmiotu będzie wyliczana według zasady:

przedział punktacji – ocena:

0-25 – niedostateczny

26-30 – dostateczny  
31-35 – dostateczny plus  
36-40 – dobry  
41-45 – dobry plus  
46-50 – bardzo dobry

### **Bilans punktów ECTS:**

#### Studia stacjonarne

| Aktywność                                  | Obciążenie studenta |
|--------------------------------------------|---------------------|
| Udział w wykładach                         | 30 godz.            |
| Udział w ćwiczeniach laboratoryjnych       | 30 godz.            |
| Udział w konsultacjach z przedmiotu        | 9 godz.             |
| Samodzielne przygotowanie się do ćwiczeń   | 31 godz.            |
| Samodzielne przygotowanie się do kolokwium | 25 godz.            |
| Przygotowanie się do egzaminu              | 22 godz.            |
| Obecność na egzaminie                      | 3 godz.             |
| Sumaryczne obciążenie pracą studenta       | 150 godz.           |
| Punkty ECTS za przedmiot                   | 6 ECTS              |

|                                                                         |                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Sylabus przedmiotu / modułu kształcenia</b>                          |                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Nazwa przedmiotu/modułu kształcenia:</b>                             |                                                                                                                                      | <b>Statystyka</b>                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>Nazwa w języku angielskim:</b>                                       | Statistics                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Język wykładowy:</b>                                                 | polski                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Kierunek studiów, dla którego przedmiot jest oferowany:</b>          |                                                                                                                                      | matematyka                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Jednostka realizująca:</b>                                           | Instytut Matematyki                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Rodzaj przedmiotu/modułu kształcenia (obowiązkowy/fakultatywny):</b> |                                                                                                                                      | obowiązkowy                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Poziom modułu kształcenia (np. pierwszego lub drugiego stopnia):</b> |                                                                                                                                      | drugiego stopnia                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Rok studiów:</b>                                                     | pierwszy                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Semestr:</b>                                                         | pierwszy                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Liczba punktów ECTS:</b>                                             | 3                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Imię i nazwisko koordynatora przedmiotu:</b>                         |                                                                                                                                      | dr Agnieszka Prusińska                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Imię i nazwisko prowadzących zajęcia:</b>                            |                                                                                                                                      | dr Agnieszka Prusińska                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Założenia i cele przedmiotu:</b>                                     |                                                                                                                                      | Omówienie podstawowych pojęć, metod i narzędzi statystycznych, służących opracowywaniu i analizie statystycznej danych oraz formułowaniu poprawnych wniosków (poprawnej interpretacji wyników tej analizy) z wykorzystaniem komputera. |
| <b>Symbol efektu</b>                                                    | <b>Efekt uczenia się</b>                                                                                                             | <b>Symbol efektu kierunkowego</b>                                                                                                                                                                                                      |
|                                                                         | <b>WIEDZA</b><br><b>Student zna i rozumie:</b>                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>W_01</b>                                                             | w pogłębionym stopniu zagadnienia z zakresu statystyki                                                                               | <b>K_W01</b>                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>W_02</b>                                                             | zaawansowane techniki obliczeniowe, wspomagające pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia                                         | <b>K_W07</b>                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>W_03</b>                                                             | możliwości wybranych programów z zakresu statystycznej obróbki danych                                                                | <b>K_W11</b>                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Symbol efektu</b>                                                    | <b>UMIEJĘTNOŚCI</b><br><b>Student potrafi:</b>                                                                                       | <b>Symbol efektu kierunkowego</b>                                                                                                                                                                                                      |
| <b>U_01</b>                                                             | stosować statystykę oraz konstruować modele statystyczne w zagadnieniach praktycznych                                                | <b>K_U11</b>                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>U_02</b>                                                             | w pogłębionym stopniu, obejmujący matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, treści i metody statystyki | <b>K_U12</b>                                                                                                                                                                                                                           |

| Symbol efektu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | KOMPETENCJE SPOŁECZNE<br>Student jest gotów do:                                                 | Symbol efektu kierunkowego         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| K_01                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | krytycznej oceny posiadanej wiedzy i odbieranych treści, rozumie potrzebę dalszego kształcenia. | K_K01                              |
| K_02                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | precyzyjnego formułowania pytań służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu.       | K_K02                              |
| <b>Forma i typy zajęć:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                 | ćwiczenia laboratoryjne (30 godz.) |
| <b>Wymagania wstępne i dodatkowe:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                 |                                    |
| Znajomość rachunku prawdopodobieństwa i podstaw statystyki.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                 |                                    |
| <b>Treści modułu kształcenia:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                 |                                    |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Podstawowe rozkłady i pojęcia w statystyce matematycznej.</li> <li>2. Podstawy zastosowania wybranych programów statystycznych.</li> <li>3. Estymacja punktowa i przedziałowa.</li> <li>4. Weryfikacja hipotez statystycznych: parametryczne i nieparametryczne testy istotności.</li> <li>5. Analiza regresji i korelacji. Dwuwymiarowa i wielowymiarowa analiza regresji i korelacji.</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                 |                                    |
| <b>Literatura podstawowa:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                 |                                    |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. A. Luszczewicz, T. Słaby, Statystyka z pakietem komputerowym STATISTICATM PL. Teoria i zastosowania, Wyd.C.H.Beck, Warszawa 2008</li> <li>2. M. Sobczyk, Statystyka, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa, 1991</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                 |                                    |
| <b>Literatura dodatkowa:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                 |                                    |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. A. Stanisławski, Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny. T. 1., Statystyki podstawowe, Wydawnictwo StatSoft Polska, Kraków 2006</li> <li>2. A. Stanisławski, Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny. T. 2. Modele liniowe i nieliniowe, Wydawnictwo StatSoft Polska, Kraków 2006</li> <li>3. A. Stanisławski, Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny. T. 3. Analizy wielowymiarowe, Wydawnictwo StatSoft Polska, Kraków 2006</li> <li>4. M. Maliński, J. Szyszał, Współczesna statystyka matematyczna w medycynie w arkuszach kalkulacyjnych, Wydawnictwo Śląskiej akademii Medycznej, Katowice 1999</li> <li>5. M. Malinski, Statystyka matematyczna wspomagana komputerowo, Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 2000</li> <li>6. W. Kryszewski, J. Bartos, W. Dyczka, K. Królikowska, M. Wsielewski, Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Część II Statystyka matematyczna, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 1986</li> </ol> |                                                                                                 |                                    |
| <b>Planowane formy/działania/metody dydaktyczne:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                 |                                    |
| Ćwiczenia z wykorzystaniem programu Microsoft Excel, pakietu komputerowego STATISTICA lub programu R.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                 |                                    |
| <b>Sposoby weryfikacji efektów uczenia się osiągniętych przez studenta:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                 |                                    |
| Symbol efektu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Metody weryfikacji efektów uczenia się                                                          |                                    |

|                     |                                           |
|---------------------|-------------------------------------------|
| W_01, W_02,<br>W_03 | Zaliczenie, obserwacja pracy na zajęciach |
| U_01, U_02          | Zaliczenie, obserwacja pracy na zajęciach |
| K_01, K_02          | Obserwacja pracy na zajęciach             |

#### Forma i warunki zaliczenia:

Warunek uzyskania zaliczenia przedmiotu: co najwyżej dwie nieusprawiedliwione nieobecności na ćwiczeniach, uzyskanie co najmniej 25 punktów z kolokwium i uzyskanie co najmniej 6 punktów ze sprawdzianów podczas zajęć.

Przedział punktacji – ocena

0-30 – ndst

31-36 – dst

37-42 – dst+

43-48 – db

49-54 – db+

55-60 – bdb

Sposób uzyskania punktów:

Kolokwium: 50 pkt

Sprawdziany: 10 pkt.

Poprawy: Jednorazowa poprawa kolokwium

#### Bilans punktów ECTS:

Studia stacjonarne

| Aktywność                                  | Obciążenie studenta |
|--------------------------------------------|---------------------|
| Udział w ćwiczeniach                       | 30 godz.            |
| Udział w konsultacjach z przedmiotu        | 9 godz.             |
| Samodzielne przygotowanie się do ćwiczeń   | 16 godz.            |
| Samodzielne przygotowanie się do kolokwium | 20 godz.            |
| Sumaryczne obciążenie pracą studenta       | 75 godz.            |
| Punkty ECTS za przedmiot                   | 3 ECTS              |